Prova da 1ª Fase (PRIMEIRA APLICAÇÃO)

Nível 3

Questão 1
Considere um retângulo ABCD de lados AB = 4 e BC = 3. Um ponto P é escolhido aleatoriamente dentro desse retângulo. Qual é a probabilidade de que os triângulos APB e BPD, caso existam, tenham área menor ou igual a 2 ao mesmo tempo?

a) 1/6
b) 1/8
c) 1/3
d) 2/9
e) 4/9

Questão 2
Carlos e Drummond são dois alunos e irão participar de um jogo de divisibilidade. O jogo funciona da seguinte maneira: Em uma urna há uma quantidade par de bolas numeradas de 1 até n; Duas bolas são retiradas em sequência e sem reposição; Se a soma das numerações das bolas for par, um aluno vence o jogo, caso seja ímpar, o outro estudante se torna o vencedor. Antes das bolas serem retiradas os estudantes devem optar se querem a "soma par" ou "soma ímpar". Se Drummond é o aluno que irá escolher a paridade da soma das numerações das bolas inicialmente, então:

a) É mais vantajoso para Drummond escolher "soma par", pois nesse caso a probabilidade de vencer é dada por $\frac{n-1}{2(n-1)}$.
b) É mais vantajoso para Drummond escolher "soma ímpar", pois nesse caso a probabilidade de vencer é dada por $\frac{n}{2(n-1)}$. Resposta
c) É mais vantajoso para Drummond escolher "soma par", pois nesse caso a probabilidade de vencer é dada por $\frac{2n-1}{2(n-1)}$.
d) É indiferente para Drummond escolher "soma par" ou "soma impar", pois em ambos os casos a probabilidade de vencer é a mesma.
e) É mais vantajoso para Drummond escolher "soma ímpar", pois nesse caso a probabilidade de vencer é dada por $\frac{n}{2(n+1)}$.

Questão 3
Na sucessão de 7 linhas com números apresentadas abaixo, cada sequência de dígitos em uma linha é obtida a partir da linha anterior, por meio de uma determinada regra:

1ª linha - 2

2ª linha - 2 2

3ª linha - 2 4 2

4ª linha – 2 6 6 2

5ª linha - 2 8 12 8 2

6ª linha - 2 10 20 20 10 2

7ª linha - 2 12 30 40 30 12 2

Seguindo a lógica dessa regra, qual o valor da soma de todos os algarismos da 10ª linha?

a) 512
b) 1024
c) 80
d) 88
e) 1080

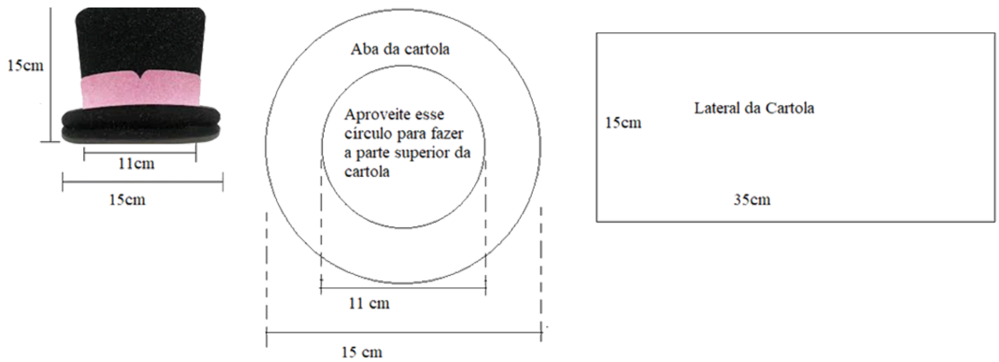
Questão 4
Durante uma viagem, os amigos Denis, Gabriel e Pedro compraram uma caixa de biscoitos para dividir entre eles na manhã seguinte. Durante a noite, Denis acordou e dividiu a quantidade de biscoitos em três partes iguais, comeu sua parte, guardou o restante dos biscoitos na caixa e foi dormir. Mais tarde Gabriel acordou e, sem saber que alguns biscoitos haviam sido retirados, dividiu-os em três partes iguais, comeu uma das três partes, devolveu o restante à caixa e voltou a dormir. Antes de amanhecer, Pedro acordou, fez a mesma divisão que seus amigos e comeu o que considerou ser a sua parte. De manhã, os amigos dividiram os biscoitos que estavam na caixa em três partes iguais: cada um ganhou 5 biscoitos e comeu a sua parte. Nesta divisão, sobrou um biscoito, que foi dado ao cachorro que viajava com eles. Sobre a quantidade total de biscoitos que cada um dos rapazes comeu, é correto afirmar que as quantidades de biscoitos que cada um dos amigos comeu:

a) Formam uma Progressão Aritmética de razão 5
b) Formam uma Progressão Geométrica de razão 5
c) São números primos
d) São quadrados perfeitos
e) São números cuja soma é um cubo perfeito.

Questão 5
Considere a função f(x) = x^3 + 3x^2 - ax - 3, em que "a" é um número real. Sabendo que "r" e "-r" são raízes de f(x), qual é o valor da imagem de x = -2?

a) -3
b) -2
c) 3
d) 0
e) 2

Questão 6
A mãe de Marília confeccionou cartolas de E.V.A. para usar como enfeites de mesa para a festa de aniversário da filha. As cartolas tinham as medidas de acordo com a imagem a seguir. A partir de uma folha de E.V.A. com medidas 50cmx70cm, determine qual a área de E.V.A. será descartada ao final do processo se a folha for aproveitada para fazer o número máximo possível de cartolas?



a) $3500 - 4\left(525 + \frac{225\pi}{4}\right)$.

b) $3500 - 4\left(525 + \frac{225\pi}{2}\right)$
c) $3500 - 4(525 + 225\pi)$
d) $3500 - (525 + 225\pi)$
e) $3500 - \left(525 + \frac{225\pi}{4}\right)$

Questão 7
Na emocionante aventura da Barbie pelo Reino Matemágico, ela precisa resolver um enigma para desvendar os segredos do mundo encantado. Ao explorar uma misteriosa caverna em busca de tesouros encantados, ela se depara com uma porta mágica que contém a seguinte mensagem: "Apenas aqueles que compreenderem a sequência podem abrir o caminho".
A sequência pode ser obtida da seguinte forma:
- O primeiro número é 2023;
- O número seguinte é obtido a partir da soma dos quadrados dos algarismos anteriores. Pelas características da sequência, o segundo termo é $2^2 + 0^2 + 2^2 + 3^2 = 17$, o terceiro termo é 50 e assim por diante.
A porta será aberta se Barbie acertar o 2023° termo, que é:

a) 89
b) 145
c) 42
d) 20
e) 85

Questão 8
Três irmãos têm idades consecutivas. Se a diferença dos quadrados das idades do irmão mais velho e do mais novo é igual à $log_2 16^{11}$, é correto afirmar que o produto das idades dos três irmãos é igual a:

a) 3360
b) 1716
c)1320
d)990
e)4080

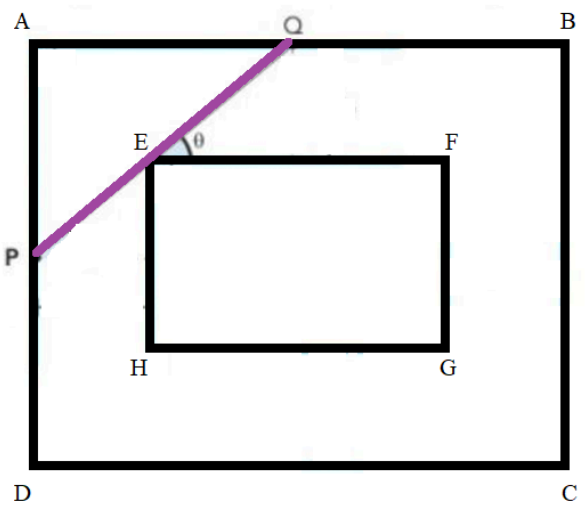
Questão 9
"Muitos consumidores já perceberam que embalagens de produtos no supermercado reduziram em quantidade, no peso, nas medidas ou nas unidades. Em muitos casos, o preço do produto não aumentou, mas a quantidade diminuiu e a durabilidade é menor. Esse fenômeno é chamado de reduflação. Esta estratégia comercial foi adotada por algumas marcas para não aumentar o preço percebido pelo consumidor. Os produtos seguem com o mesmo valor na gôndola, mas em tamanho ou quantidades menores. Como resultado, o consumidor paga mais, mas não tem a percepção de aumento no valor absoluto. Apesar de provocar a contrariedade dos consumidores, a estratégia não é ilegal. Ao contrário, é até regulada pelos órgãos competentes".

(Texto adaptado. Fonte: https://www.serasa.com.br/limpa-nome-online/blog/o-que-e-reduflacao-e-como-esse-fenomeno-afeta-as-financas-pessoais/)

Em 2014, a barra de chocolate de uma determinada marca era vendida em embalagens de 150 gramas, atualmente o mesmo produto possui 80 gramas. Suponha que neste período o preço da barra de chocolate não tenha se alterado. Neste caso, a reduflação impactou em um aumento no valor da barra de:

a) 46,7%
b) 53,3%
c) 35,3%
d) 87,5%
e) 92,5%

Questão 10
Na figura, os retângulos ABCD e EFGH possuem medidas 14cmx12cm e 10cmx6cm e o mesmo ponto de interseção das diagonais. Sabendo que os pontos P, E e Q são colineares e que o ângulo θ mede 30º, determine a área S do triângulo APQ.



a) $S = \frac{3+200\sqrt{3}}{5}$

b) $S = \frac{3+10\sqrt{3}}{6}$

c) $S = 4\sqrt{3}$

d) $S = \frac{121}{6}$

e) $S = \frac{36+31\sqrt{3}}{6}$

Questão 11
Uma máquina confecciona velas com a forma de um cone ou de uma esfera e tem como objetivo usar a mesma quantidade de matéria-prima em cada unidade, independentemente do formato. Suponha que o raio da base do cone seja igual ao raio da esfera, e que a altura do cone seja modelada pela função $h(x) = cos(x)$.

Determine o maior valor possível para o raio destes sólidos.

a) 1
b) 1/4
c) 1/3
d) 2
e) 4

Questão 12
Considere que os símbolos @ e # são operadores matemáticos, tais que

$$a @ b = (a + b).\, ab \quad \text{e} \quad a \# b = \frac{(a-b)}{ab}.$$

Sendo a e b números inteiros não nulos, quantos são os pares ordenados (a,b) que satisfazem a equação:

$$(a @ b)\,.\,(a \# b) = 15$$

a) 8
b) 6
c) 4
d) 2
e) infinitos

Questão 13
Um atleta está se preparando para uma competição de salto com vara. Seu treinador procurou um matemático para auxiliá-los a bater o recorde mundial, que atualmente é de 6,22m. Durante os primeiros testes, chegaram à conclusão de que o salto é modelado por uma parábola que representa a

trajetória do atleta e está apresentada na imagem abaixo, onde h é a altura em metros, x é a distância horizontal percorrida em metros e k é uma constante, cuja variação influencia diretamente na altura máxima alcançada pelo atleta durante o salto.
Qual é o valor de k que permitirá ao atleta atingir exatamente a altura máxima apresentada na imagem?

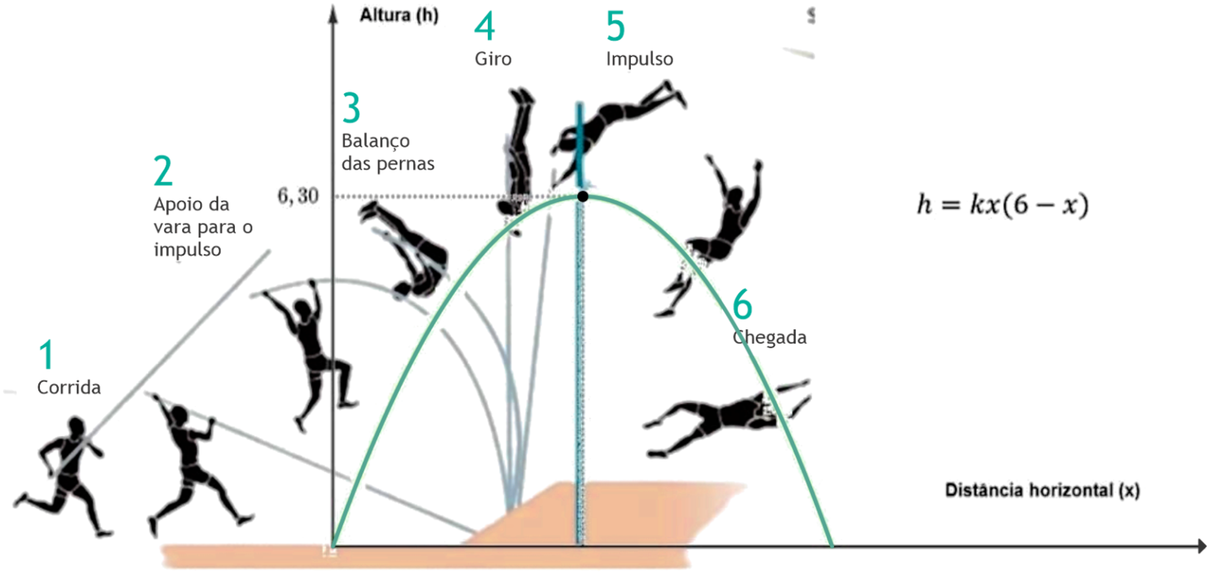
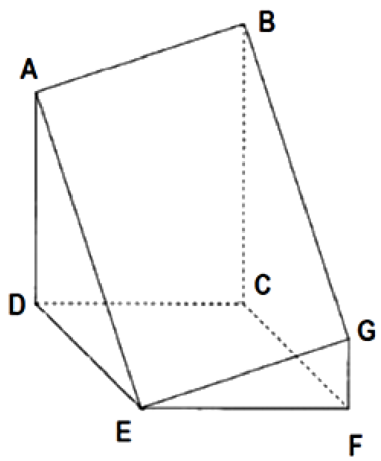


Imagem adaptada de: https://www.otempo.com.br/infograficos/atletismo-salto-em-altura-e-com-vara-1.1347901

a) $k = \frac{7}{10}$
b) $k = \frac{10}{7}$
c) $k = \sqrt{0,7}$
d) $k = \frac{\sqrt{0,7}}{0,7}$
e) $k = 6,3$

Questão 14
Na figura abaixo, as faces ABCD, ADE, BCFG e EFG são perpendiculares ao losango CDEF. Se AD=10 cm, CE= 12 cm, DE= 10 cm e GF= 3 cm, então o volume do sólido ABCDEFG é:

a) 916 cm^3
b) 676 cm^3
c) 720 cm^3
d) 624 cm^3
e) 780 cm^3



Questão 15
“O escritor e poeta Itabirano Carlos Drummond de Andrade (1902 – 1987) é o autor em língua portuguesa que mais foi cobrado no Exame Nacional do Ensino Médio desde a primeira edição da

prova, ainda em 1998. Drummond está no Enem e também nos vestibulares mais puxados. Então, a verdade é esta: *No meio do Enem tem um Drummond. Tem um Drummond no seu caminho do Enem!* É um clássico da Literatura Brasileira. (...)

Ele é o poeta maior da Segunda geração do Modernismo no país. Nos levantamentos feitos com base em todas as provas do Enem aplicadas pelo MEC, desde 1998, a obra de Drummond serviu como base para 16 questões, cobradas, na maioria das vezes, na prova de linguagens e códigos.

A prosa e a poesia do autor foram citadas em oito das provas do Enem já aplicadas. E, em algumas edições, havia mais de uma pergunta sobre o autor de clássicos como Quadrilha, Verbo ser, e No meio do caminho tinha uma pedra."

(Adaptado de: https://blogdoenem.com.br/literatura-drummond-mais-cobrado/)

Em alguns manuscritos, o poeta tinha o hábito de assinar com suas iniciais: C.D.A.
Sabendo disso, determine quantos anagramas é possível formar com todas as letras do nome do poeta, de forma que as letras CDA apareçam sempre juntas e nessa ordem.

a) $\frac{21!}{(2!)^5 3!4!}$
b) $\frac{21!}{(2!)^4 (3!)^2 5!}$
c) $\frac{21!}{(2!)^5 3!4!}.3$
d) $\frac{21!}{(2!)^4 (3!)^2 5!}.3$
e) $\frac{23!}{(2!)^4 (3!)^2 5!}$