OIM 2025
OLIMPÍADA ITABIRANA DE MATEMÁTICA

Prova da 1ª Fase

Nível 2

Questão 1

Durante uma competição, a equipe organizadora preparou suco para os participantes. Inicialmente, um recipiente vazio recebeu 10 litros de água e 2 litros de polpa concentrada de maracujá, sendo bem misturados. Em seguida, metade dessa mistura foi utilizada para servir aos juízes da competição. O recipiente foi então completado novamente até os 12 litros iniciais, adicionando-se 3 litros de polpa e 3 litros de água. Após homogeneização, novamente foi retirada metade do conteúdo para servir aos competidores. Por fim, o recipiente foi completado uma última vez até 12 litros com uma mistura contendo 20% de polpa. Ao final desse processo, qual a porcentagem de polpa concentrada presente no recipiente?

a) 25%

b) 26,7%

c) 27,6%

d) 30%

e) 32,5%

Questão 2

Uma Olimpíada de Matemática teve participantes dos seguintes países: Argentina, Bolívia, Brasil, Chile, Equador, Paraguai, Peru e Uruguai. Cada delegação era composta por quatro estudantes e dois professores. Durante o evento, foi organizada uma comissão para planejar a próxima edição da olimpíada. Esta comissão deveria ter exatamente um professor de cada país e um total de dois estudantes escolhidos entre todos os presentes. De quantas maneiras diferentes essa comissão poderia ser formada?

a) 7 936

b) 15 872

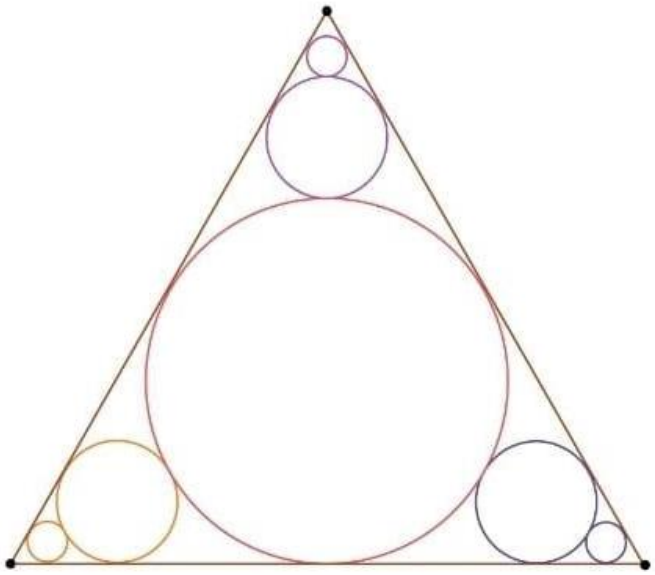
c) 31 744

d) 63 488

e) 126 976

Questão 3

Em um triângulo equilátero de lado unitário há 7 círculos em seu interior, como mostra a figura. O círculo central é tangente aos três lados do triângulo. Três círculos congruentes são tangentes ao círculo central, a um círculo menor e a dois lados do triângulo. Outros três círculos menores são tangentes a um círculo e a dois lados do triângulo.



Qual é a medida do raio do círculo menor?

a) $\frac{\sqrt{3}}{54}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{18}$

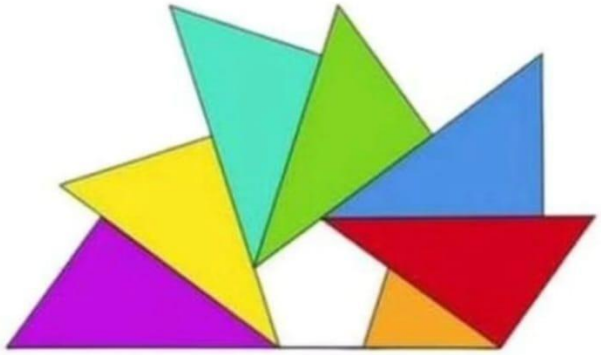
c) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Questão 4

A imagem mostra a logomarca da 35ª Olimpíada de Matemática do Cone Sul, composta por seis triângulos retângulos congruentes, posicionados de modo que o maior cateto de um triângulo se encaixa na hipotenusa do outro. Para finalizar a figura, que resulta em uma região central vazia em forma de um pentágono regular, há um triângulo isósceles. Determine a medida do menor ângulo interno contido na logomarca.



a) 18º
b) 30º
c) 36º
d) 42º
e) 45º

Questão 5

Em uma sala há certa quantidade de pessoas e cada indivíduo porta consigo uma quantia em dinheiro, sendo os valores números ímpares consecutivos positivos. Com base nessas informações, marque a alternativa **INCORRETA**:

a) Se na sala houver 4 pessoas, então a soma das quantias que elas possuem é um valor múltiplo de 4.

b) Se a soma das quantias for 25 reais, então pode haver na sala 1 ou 5 pessoas.

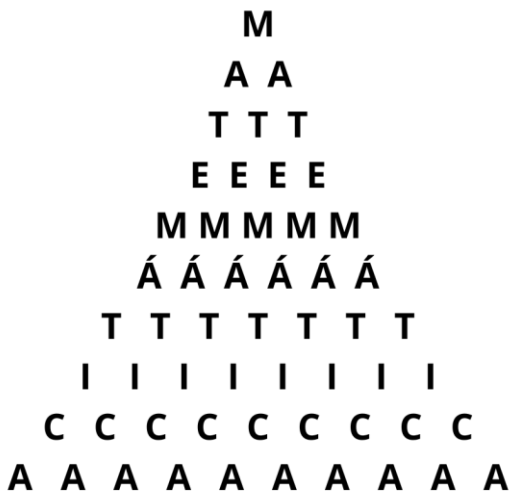
c) Se na sala houver 3 pessoas, então a soma das quantias que elas possuem é no mínimo 9 reais.

d) Se a soma das quantias for 2025 reais, então a sala só pode conter uma quantidade ímpar de pessoas.

e) Se a soma das quantias for 57 reais, então pode haver na sala 6 pessoas.

Questão 6

Mariana criou um desafio chamado “Árvore Matemática” para brincar com suas amigas. Ela escreveu a palavra MATEMÁTICA de forma que cada letra ficava em uma linha e, a cada linha, era escrita uma letra a mais que na linha anterior, conforme representado a seguir:



O objetivo da brincadeira era descobrir o número de maneiras possíveis de formar a palavra MATEMÁTICA a partir da seguinte regra: primeiro colocar o dedo na letra M, no topo da “Árvore Matemática”, e deslocar com o dedo para a fileira de baixo, uma fileira de cada vez, até uma letra adjacente que ocupasse uma posição para a esquerda ou para a direita. Luana participou do desafio e encontrou a resposta correta, que é:

a) 1 024

b) 512

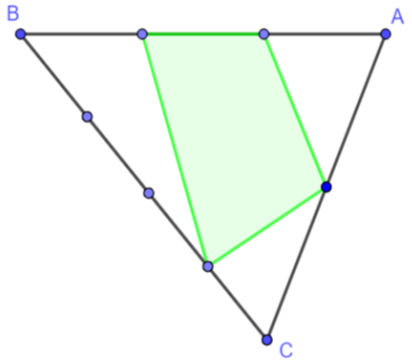
c) 257

d) 256

e) 55

Questão 7

Na figura, os pontos destacados dividem cada lado do triângulo ABC em segmentos congruentes. Sabendo que a área do triângulo ABC é igual a 120 cm², é possível afirmar que a área do quadrilátero em destaque, em centímetros quadrados, é:



a) 65

b) 60

c) 70

d) 55

e) 50

Questão 8

Cristian, Diana, Michele, Leon e Thiago fizeram uma aposta que consistia em praticar mais atividade física mensalmente. Eles usaram o aplicativo GymRats para fazer check-in diariamente dos seus exercícios, venceria quem fizesse maior número check-ins. Ao final do primeiro mês, constatou-se os seguintes resultados: Diana ficou à frente de Thiago e atrás de Leon; Cristian ficou à frente de Thiago; Michele teve mais check-ins que Diana, mas sua quantidade foi a mediana entre as quantidades de check-ins.

O que se pode afirmar sobre a classificação de Cristian?

a) Cristian ficou em 1° lugar.

b) Cristian ficou em 2° lugar.

c) Cristian ficou em 3° lugar.

d) Cristian ficou em 1° ou 2° lugar.

e) Cristian ficou em 2° ou 3° lugar.

Questão 9

Três amigos, Ana, Bruno e Carla, colocaram suco em suas garrafinhas, utilizando ao todo 4 litros de suco. Após isso, observaram o seguinte:

- A quantidade total de suco nas garrafinhas de Ana e Bruno juntas é x litros.
- A quantidade total de suco nas garrafinhas de Ana e Carla juntas é y litros.
- A quantidade total de suco nas garrafinhas de Bruno e Carla juntas é z litros.

Sabendo que nenhuma garrafinha ficou vazia e que, juntos, usaram exatamente 4 litros de suco, qual é o valor de $\sqrt{x+y+z}$?

a) 4

b) 2

c) 8

d) $2\sqrt{2}$

e) $\sqrt{7}$

Questão 10

Quantos números inteiros positivos *n* satisfazem a condição de que a expressão

$$\frac{2025^2 + 2025}{2n}$$

também é um número inteiro?

a) 30

b) 60

c) 4

d) 18

e) 20

Questão 11

Na soma abaixo, cada letra representa um algarismo não nulo diferente. Qual é o algarismo que Z representa?

$$\begin{array}{r} ZYX \\ +XX \\ \hline YZY \end{array}$$

a) 4

b) 5

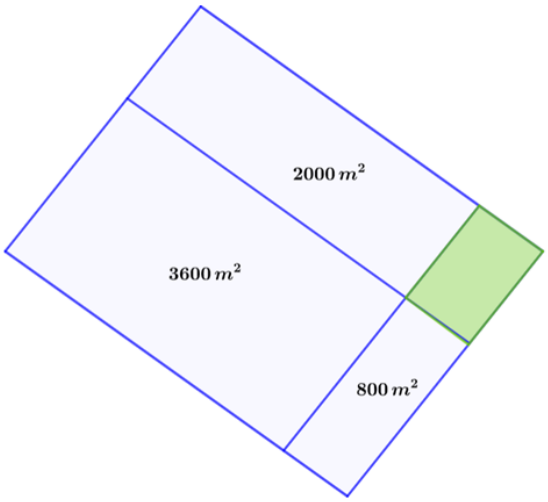
c) 6

d) 7

e) 8

Questão 12

Pitágoras dividiu o terreno de sua chácara, que tem formato retangular, em 4 lotes menores, também retangulares, destinados aos seus filhos: Newton, Hipátia, Gauss e Sophie, conforme a figura.



Na figura estão indicadas as áreas dos terrenos de três desses filhos, mas não foi informada a área do terreno destinado a Gauss. Com base nisso, qual é a área do terreno de Gauss, em metros quadrados?

a) 4000/9

b) 400

c) 450

d) 3600/9

e) 845/2

Questão 13

Dino gosta de cronometrar todas as suas atividades matinais, com o objetivo de dormir 8 horas por noite, acordar o mais tarde possível e ainda pegar o ônibus para ir à escola. Sabendo que ele gasta 20 segundos entre as atividades e que o ônibus passa pontualmente às 6:23, qual é o horário máximo que Dino irá dormir, de forma a executar completamente a sua rotina da manhã e chegar a tempo de pegar o ônibus?

a) 21:47

b) 21:49

c) 21:45

d) 21:51

e) 21:53

Questão 14

No dia 2 de fevereiro, é comemorado o Dia de Iemanjá nas religiões afro-brasileiras e, em algumas regiões do Brasil, também o Dia de Nossa Senhora dos Navegantes. Esse dia corresponde ao 33º dia do ano. O número 33 é divisível por 3, assim como qualquer número da forma $1^n + 2^n$, quando n é um número ímpar.

Por exemplo: $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9$, que é divisível por 3.

Qual dos números a seguir pode ser escrito na forma $1^n + 2^n$, com n sendo um número ímpar?

a) 66

b) 126

c) 522

d) 2049

e) 2025

Questão 15

Oimlândio pretende criar uma senha para o seu computador utilizando apenas os caracteres disponíveis no sistema abaixo.

@ # & % $ * +

Ele deseja que a senha tenha entre 2 e 4 caracteres (inclusive), podendo repetir os caracteres em qualquer posição. De quantas maneiras diferentes Oimlândio pode criar essa senha?

a) 2793

b) 735

c) 1092

d) 2401

e) 343