



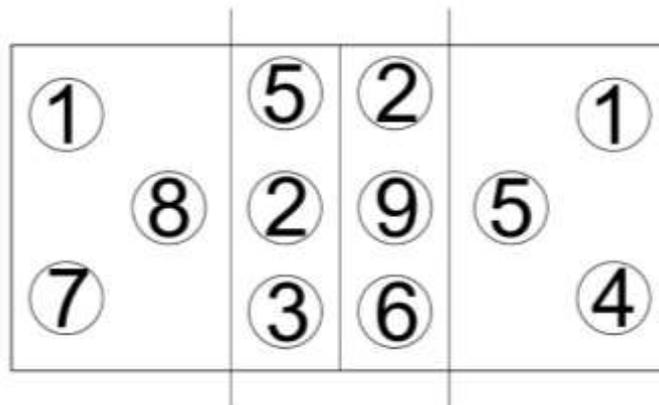
5ª Olimpíada Itabirana de Matemática - OIM 2022

Nível 3 - 2ª Fase

QUESTÃO 1

O voleibol é um esporte praticado numa quadra dividida em duas partes iguais por uma rede. Cada equipe é constituída por doze jogadores: seis efetivos que ficam em quadra e mais seis suplentes que ficam no banco de reservas. O jogo começa quando um dos times saca a bola, que deve ultrapassar a rede e seguir ao campo do adversário, onde os jogadores tentam evitar que a bola caia no chão, usando qualquer parte do corpo. O jogador pode rebater a bola para que ela passe para o campo adversário, sendo permitidos até três toques na bola, por jogadores distintos, antes que ela passe para o outro lado da rede. Caso a bola caia no chão, é ponto do time adversário.

A imagem a seguir representa a configuração dos times em uma partida, onde é indicada a posição do jogador e o número da sua camisa.



A treinadora de um dos times escreveu em um papel a sequência dos números das camisas dos jogadores que tocaram a bola. Como a bola caiu no chão após seis toques, foi formado um número de seis algarismos.

- Sabendo-se que o número escrito começa com o algarismo quatro, que corresponde ao número da camisa do jogador responsável pelo saque quantos números distintos podem ser escritos pela treinadora?
- Durante a partida, os jogadores com as camisas de número 1, 2 e 5 foram substituídos em ambos os times por jogadores que usam uma camisa formada por um número de apenas um algarismo. Quantos números diferentes podem ser escritos pela treinadora?

QUESTÃO 2

No plano cartesiano encontram-se o ponto A , localizado na origem, e os pontos B e C com mesmas coordenadas presos à circunferência do círculo trigonométrico. Em um determinado instante ($t = 0$), os pontos B e C iniciam um movimento para o mesmo sentido com velocidades constantes, em que a velocidade de B corresponde à metade da velocidade de C . Sabe-se que o período de B é 2 segundos.

- Qual será a lei da função que expressa a área do triângulo ABC , em função do tempo t ?
- Em algum instante a área do triângulo será nula? Porquê? Caso afirmativo, cite três exemplos.

QUESTÃO 3

Seja A um número natural de três algarismos e B o número formado invertendo-se a ordem dos algarismos de A , com $A > B$.

- Mostre que $A - B$ é múltiplo de 9 e de 11.
- Qual é o maior e o menor valor possível para a diferença $A - B$?
- Suponha que $A = 7XY$, sendo X o algarismo das dezenas e Y o algarismo das unidades. Se $A - B = 396$, determine o valor de Y .

QUESTÃO 4

Considere a sequência

$$\log(x), \log(x^2), \log(x^3), \log(x^4), \log(x^5), \dots, \log(x^n)$$

- Qual é a forma mais simples da expressão que fornece a soma dos n primeiros termos desta sequência?
- Qual a soma dos 2022 primeiros termos, se considerarmos $x = 100$?

QUESTÃO 5

Considere no plano cartesiano os pontos $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,1)$ e $D(0,1)$. A partir do ponto A é desenhado um quadrante de círculo com centro em D . Na sequência, no sentido horário, desenha-se um quadrante de círculo centrado em C , depois outro centrado em B e, por fim, um quadrante de círculo com centro em A .

- Represente a figura formada pela descrição contida no enunciado.
- Determine a área total da região formada, sendo as medidas dadas em centímetros.

Boa prova!